

文章编号: 1000-7598 (2014) 09-2569-10

考虑参数空间变异性的非饱和土坡可靠度分析

蒋水华^{1,2}, 李典庆^{1,2}, 周创兵^{1,2}, 张利民³

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072; 2. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 武汉 430072;

3. 香港科技大学 土木与环境工程系, 香港)

摘 要: 在考虑多个土体参数空间变异性的基础上, 提出了基于拉丁超立方抽样的非饱和土坡稳定可靠度分析的非侵入式随机有限元法。利用 Hermite 随机多项式展开拟合边坡安全系数与输入参数间的隐式函数关系, 采用拉丁超立方抽样技术产生输入参数样本点, 通过 Karhunen-Loève 展开方法离散土体渗透系数、有效黏聚力和内摩擦角随机场, 并编写了计算程序 NISFEM-KL-LHS。研究了该方法在稳定渗流条件下非饱和土坡可靠度分析中的应用。结果表明: 非侵入式随机有限元法为考虑多个土体参数空间变异性的非饱和土坡可靠度问题提供了一种有效的分析工具。土体渗透系数空间变异性与坡面降雨强度对边坡地下水位和最危险滑动面位置均有明显的影响。当降雨强度与饱和渗透系数的比值大于 0.01 时, 边坡失效概率急剧增加。当土体参数变异性或者参数间负相关性较大时, 忽略土体参数空间变异性会明显高估边坡失效概率。

关 键 词: 边坡; 非饱和渗流; 空间变异性; 可靠度; 拉丁超立方抽样

中图分类号: O 302

文献标识码: A

Reliability analysis of unsaturated slope considering spatial variability

JIANG Shui-hua^{1,2}, LI Dian-qing^{1,2}, ZHOU Chuang-bing^{1,2}, ZHANG Li-min³

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

3. Department of Civil and Environmental Engineering, The Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong, China)

Abstract: A non-intrusive stochastic finite element method (NISFEM) based on Latin hypercube sampling (LHS) for reliability analysis of unsaturated slope considering the spatial variability of multiple soil parameters is proposed. The safety factor is explicitly expressed as a function of uncertain input parameters using the Hermite polynomial chaos expansion, the Latin hypercube sample points are selected as the collocation points for calculating the unknown coefficients of polynomial chaos expansion. The Karhunen-Loève (K-L) expansion method is used to discretize the random fields of soil hydraulic conductivity, effective cohesion and internal friction angle. A computer program named NISFEM-KL-LHS is developed. An example of reliability analysis of unsaturated slope stability under the steady-state seepage condition is presented to demonstrate the validity and capability of the proposed method. The results indicate that the proposed NISFEM can effectively evaluate the reliability of unsaturated slope considering the spatial variability of multiple soil parameters. Both the spatial variability of the soil hydraulic conductivity and the rainfall intensity have significant effects on the location of the groundwater table and the critical slip surface of slope. The probability of slope failure increases obviously when the ratio of the rainfall intensity to the saturated hydraulic conductivity is more than 0.01. In addition, if the spatial variability of soil properties is ignored, the probability of slope failure will be overestimated significantly when the coefficients of variation or the negative cross-correlation of soil parameters become larger.

Key words: slope; unsaturated seepage; spatial variability; reliability; Latin hypercube sampling

1 引 言

近年来, 降雨诱发滑坡灾害时有发生, 给人民

生命财产造成了巨大的损失。这主要是由于降雨入渗明显地减小了土中负孔隙水压力, 导致土体抗剪强度减小, 从而降低了边坡稳定性。此外, 由于天

收稿日期: 2013-05-18

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(No. 51225903); 国家重点基础研究发展计划(973)项目(No. 2011CB013506); 教育部博士研究生学术新人奖资助项目(No. 5052012206001)。

第一作者简介: 蒋水华, 男, 1987 年生, 博士研究生, 主要从事岩土工程可靠度与风险控制方面的研究工作。E-mail: jiangshuihua-2008@163.com

通讯作者: 李典庆, 男, 1975 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程可靠度与风险控制方面的研究工作。E-mail: dianqing@whu.edu.cn

然土体受不同的沉积、后沉积过程以及不同荷载历史的影响^[1], 导致土体参数(如渗透系数、抗剪强度参数等)呈现出一定程度的空间变异性。目前, 常采用随机变量模型表征土体参数不确定性, 再进行边坡可靠度分析, 但随机变量模型不能有效地考虑土体参数固有的空间变异性。因此, 考虑土体参数空间变异性的非饱和土坡稳定可靠度是亟需研究的问题。随机场理论为表征土体参数空间变异性提供了一条有效的途径。目前, 国内外学者在采用随机场方法模拟土体渗透系数空间变异性方面做了有益的研究工作^[2-8]。Srivastava 等^[2]采用随机有限元法(random finite element method, RFEM)模拟土体渗透系数随机场, 结合蒙特卡洛模拟(Monte Carlo simulation, MCS)方法研究了渗透系数空间变异性对边坡渗流量和安全系数的影响。Santoso 等^[3]采用局部平均方法离散土体渗透系数随机场, 结合子集模拟方法研究了土体饱和渗透系数空间变异性对降雨诱发滑坡的影响。Gui 等^[4]采用转向带法离散饱和渗透系数随机场, 结合 MCS 方法研究了土石坝下游坝坡稳定可靠度。Zhu 等^[5]采用快速傅里叶变换方法(fast Fourier transformation, FFT)模拟渗透系数函数空间变异性, 通过 MCS 方法研究了边坡孔隙水压力、地下水位及安全系数的变化规律。Cho^[6]采用 Karhunen-Loève(简称 K-L)展开方法离散土体渗透系数随机场, 通过 MCS 研究了渗透系数空间变异性对土石坝渗流量和渗透坡降统计特征参数(如均值和方差等)的影响。Li 等^[7]采用 K-L 展开和概率配点方法研究了 van-Genuchten 模型的多个参数空间变异性对孔隙压力水头统计特征的影响。史良胜等^[8]比较了几种常用的随机场离散方法, 得出 K-L 展开方法在离散土体渗透系数各向异性随机场方面具有较好的收敛性。

尽管国内外学者在考虑土体渗透系数空间变异性的非饱和土坡可靠度分析方面做了大量有价值的研究工作, 然而目前研究还存在以下不足: 首先, 非饱和土坡稳定可靠度分析通常仅考虑了渗透系数空间变异性对降雨入渗过程的影响, 没有考虑抗剪强度参数空间变异性影响。研究表明, 土体抗剪强度参数空间变异性对边坡稳定可靠度也有明显的影响。因此, 非饱和土坡稳定可靠度分析还需要考虑土体抗剪强度参数空间变异性。其次, 大多数研究仅分析了土体渗透系数空间变异性对渗流量、渗透坡降及安全系数等统计特征参数方面的影响, 考虑渗透系数空间变异性的边坡失效概率研究不够充分。其原因在于, 考虑渗透系数等参数空间变异性

时, 传统的蒙特卡洛模拟方法进行边坡可靠度分析计算量很大, 对于复杂边坡来说, 该问题更为突出。与传统的蒙特卡洛模拟方法相比, 尽管拉丁超立方抽样和子集模拟等方法显著减少了计算量, 但对于小失效概率问题仍然需要进行数万次边坡有限元渗流和稳定性分析, 给随机场理论的应用带来了一定的难度。幸运的是, 非侵入式随机有限元法为解决该问题提供了新的途径, 该方法最大优点在于概率分析过程与确定性有限元分析过程不耦合, 计算精度和效率较高, 而且便于与现有商业有限元软件结合, 目前已在岩土结构物变形与稳定可靠度分析中得到了应用。如 Berveiller 等^[9]采用非侵入式随机有限元法研究了地基沉降可靠度问题。李典庆等^[10]采用该方法研究了地下洞室变形可靠度。本文在笔者以往工作^[10-12]的基础上, 同时考虑渗透系数和抗剪强度参数空间变异性, 研究基于非侵入式随机有限元法的非饱和土坡可靠度问题。

为了有效地分析多个参数空间变异性对边坡可靠度的影响, 提出了基于拉丁超立方抽样技术的非侵入式随机有限元法。采用拉丁超立方抽样技术产生输入参数样本点, 通过最小二乘回归方法计算随机多项式展开待定系数。采用随机场模型表征土体渗透系数、有效黏聚力和内摩擦角的空间变异性, 通过 K-L 展开方法离散上述随机场, 其中 Fredholm 积分方程的特征解采用小波伽辽金(wavelet-Galerkin)方法计算。以摩擦/黏性非饱和土坡稳定可靠度问题为例, 研究了所提方法的有效性, 并探讨了坡面降雨强度、土体特性参数变异性和参数间互相关性对边坡可靠度的影响。

2 基于 K-L 展开方法的相关非高斯随机场离散

为了有效地考虑土体特性参数空间变异性, 一般需要采用随机场理论或地质统计学中区域化变量理论对其进行模拟。本文采用计算精度和效率较高的 K-L 展开方法^[6-8]离散随机场。下面以饱和渗透系数 k_s 、有效黏聚力 c' 和内摩擦角 φ' 三参数相关对数正态随机场 $H_i(x, y; \theta)$ 离散为例, 简要介绍基于 K-L 展开方法的随机场离散过程, 其中考虑了有效黏聚力和内摩擦角间互相关性。与大多数文献一样^[2-7], 这里假定对数正态随机场遵循平稳假设或者准平稳假设, 即参数统计特性值(均值和方差等)不随空间位置的推移而变化。K-L 展开方法离散随机场是以谱分解有界、对称且正定相关函数 $\rho(x_1, x_2)$ 为基础, 其关键一步是求解 Fredholm 积分

方程的特征值问题：

$$\int_{\Omega} \rho(x_1, x_2) f_i(x_2) dx_2 = \lambda_i f_i(x_1) \quad (1)$$

式中： x_1 、 x_2 为随机场分析区域 Ω 内的任意两点坐标； $\rho(x_1, x_2)$ 为任意两点 x_1 、 x_2 处随机场特性值间的空间相关系数； λ_i 、 $f_i(\cdot)$ 分别为相关函数的特征值和特征函数。目前有多种描述随机场自相关性的相关函数，由于高斯型相关函数^[13-15]连续性和平稳性较好，且是一个连续可微函数，并且在相同数目离散变量情况下，基于高斯型相关函数的随机场离散误差较小。为此，本文选用高斯型相关函数，对于计算区域 $\Omega = \{(x, y): 0 \leq x \leq L_1; 0 \leq y \leq L_2\}$ 来说，其表达式为

$$\rho[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = \exp \left[- \left[\left(\frac{|x_1 - x_2|}{l_h} \right)^2 + \left(\frac{|y_1 - y_2|}{l_v} \right)^2 \right] \right] \quad (2)$$

式中： l_h 、 l_v 分别为水平和垂直方向的相关距离，用于表征参数的空间相关程度，相关距离越大，表示参数间的空间相关程度越强。

对于式(2)所示高斯型相关函数来说，式(1)所示 Fredholm 积分方程的特征值问题没有解析解，需要采用数值方法求解，本文采用 wavelet-Galerkin 方法^[16]求解。根据相关函数特征解可将随机场 $H_i(x, y; \theta)$ 离散为一组独立标准正态随机变量，其表达式为

$$H_i(x, y; \theta) = \mu_i + \sum_{j=1}^{\infty} \sigma_i \sqrt{\lambda_j} f_j(x, y) \xi_{i,j}(\theta) \quad (3)$$

$x, y \in \Omega \ (i = k_s, c', \varphi')$

式中： $\xi_{i,j}(\theta)$ 为离散的独立标准正态随机变量，其中 θ 表示随机事件； x, y 为随机场分析区域 Ω 中的任意点坐标， $x, y \in \Omega \subseteq R^n$ ； μ_i 和 σ_i 分别为参数随机场的均值和标准差。为了提高计算效率，在保证计算精度前提下，通常只需截取 K-L 展开的前 k 项来分析，式(3)进一步表示为

$$\tilde{H}_i(x, y; \theta) = \mu_i + \sum_{j=1}^k \sigma_i \sqrt{\lambda_j} f_j(x, y) \xi_{i,j}(\theta) \quad (4)$$

$x, y \in \Omega \ (i = k_s, c', \varphi')$

式中：截断项数 k 即为随机场离散后变量数目，它取决于计算精度和相关函数形式，文献[13-14]建议采用随机场期望能的比率因子(ratio of expected energy) ε 作为确定 k 的依据，其计算表达式为

$$\varepsilon = \int_{\Omega} E(\tilde{H}_i(x, y; \theta) - \mu_i)^2 dx dy / \int_{\Omega} E[H_i(x, y; \theta) - \mu_i]^2 dx dy = \sum_{i=1}^k \lambda_i / \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i = \sum_{i=1}^k \lambda_i / (L_1 L_2) \quad (5)$$

式中： $E(\cdot)$ 为期望函数。为确保随机场离散的精度，截断项数 k 应尽可能地使 ε 接近于 1.0，Laloy 等^[14]建议以 $\varepsilon = 95\%$ 作为 k 值的选取标准。此外，秦权等^[15]研究指出，基于高斯相关函数的随机场离散，采用奇数个离散变量的计算效率较高。基于上述原则，对于本文研究的摩擦/黏性土坡来说，当采用相关距离 $l_h = 30$ m 和 $l_v = 3.0$ m 来模拟土体特性参数二维空间各向异性时，离散变量数目 $k = 7$ 时的比率因子 $\varepsilon = 96\%$ 。该结果说明，将随机场离散为 7 个独立标准正态随机变量可基本满足计算精度要求。将式(4)中均值 μ_i 和标准差 σ_i 分别取为 0 和 1，便可首先实现独立标准高斯参数随机场 $H_i(x, y; \theta)$ 的离散。

对于岩土工程来说，通常由于现场试验数据有限，故采用高斯随机场表征参数空间变异性。值得注意的是，土体特性参数不能取为负值，为此需要采用对数正态或者 Beta 等非高斯随机场^[13, 17]表征土体参数空间变异性。此外，不同土体参数随机场间常存在一定的互相关性^[13, 17]，如有效黏聚力和内摩擦角随机场间存在互相关性，此时涉及到相关非高斯随机场的离散问题。与随机变量模型等概率变换类似，先采用 Nataf 变换将独立标准高斯随机场转换为相关标准高斯随机场^[13, 15, 17]。如果土体参数空间相关结构是由于土体本构特性的变化引起的，可假定不同参数随机场在分析区域 Ω 内具有相同的相关函数，同时可通过相关系数矩阵 $\mathbf{R}$ 来表示随机场间的互相关性^[13, 17]，相关系数矩阵 $\mathbf{R} = (\rho_{ij})_{M \times M}$ ，其中 M 为随机场数目，本文 $M = 3$ ， ρ_{ij} 为原始空间中参数随机场间互相关系数。由于等概率变换是非线性变换过程，变换后参数随机场间互相关系数会发生变化，因此，需要计算标准正态空间中的等效相关系数 ρ_{0ij} 。对于服从对数正态分布的有效黏聚力和內摩擦角随机场来说，由 ρ_{ij} 求解等效相关系数 ρ_{0ij} 的计算公式为^[11]

$$\rho_{0ij} = \frac{\ln(\rho_{ij} COV_{c'} COV_{\varphi'} + 1)}{\sqrt{\ln(1 + COV_{c'}^2)} \sqrt{\ln(1 + COV_{\varphi'}^2)}} \quad (6)$$

式中： $COV_{c'}$ 和 $COV_{\varphi'}$ 分别为有效黏聚力和內摩擦角的变异系数。

综上所述，基于 K-L 级数展开方法相关非高斯随机场模拟步骤如下：首先产生独立标准正态随机样本向量 ξ ， $\xi = \{\xi_{k_s} = (\xi_{k_s, 1}, \dots, \xi_{k_s, k}), \xi_{c'} = (\xi_{c', 1},$

$\dots, \xi_{c',k}), \xi_{\varphi'} = (\xi_{\varphi',1}, \dots, \xi_{\varphi',k})\}$, 本文采用拉丁超立方抽样方法产生独立标准正态随机样本矩阵^[13,18], 基于独立标准正态随机样本矩阵, 采用式(4)得到参数 k_s 、 c' 和 φ' 的独立标准高斯随机场; 然后对等效相关系数矩阵 $\mathbf{R}_0 = (\rho_{0ij})_{M \times M}$ 进行乔列斯基分解 $\mathbf{L}\mathbf{L}^T = \mathbf{R}_0$, 得到下三角矩阵 $\mathbf{L}$, 进而可得参数 k_s 、 c' 和 φ' 的相关标准高斯随机场:

$$\tilde{\mathbf{H}}_i^D(x, y; \theta) = \mathbf{L}\tilde{\mathbf{H}}_i(x, y; \theta) \quad (i = k_s, c', \varphi') \quad (7)$$

再通过下述等概率变换, 将相关标准高斯随机场转换为相关非高斯随机场:

$$\mathbf{H}_i^{NG}(x, y; \theta) = G_i^{-1}\{\Phi[\tilde{\mathbf{H}}_i^D(x, y; \theta)]\} \quad (i = k_s, c', \varphi') \quad (8)$$

式中: $G_i^{-1}(\cdot)$ 为非高斯分布边缘累积分布的逆函数; $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布累积分布函数。如对相关标准高斯随机场取指数, 可得到饱和渗透系数、有效黏聚力和内摩擦角的相关对数正态随机场:

$$\mathbf{H}_i^{NG}(x, y; \theta) = \exp(\mu_{\ln i} + \sigma_{\ln i} \tilde{\mathbf{H}}_i^D(x, y; \theta)) \quad (i = k_s, c', \varphi') \quad (9)$$

式中: $\mu_{\ln i}$ 和 $\sigma_{\ln i}$ 分别为相对应高斯分布参数 $\ln i$ 的均值和标准差, 计算公式分别为 $\sigma_{\ln i} = \sqrt{\ln(1 + (\sigma_i / \mu_i)^2)}$ 和 $\mu_{\ln i} = \ln \mu_i - 0.5\sigma_{\ln i}^2$ 。采用上述类似的方法可以实现服从任意分布的 M 个相关非高斯参数随机场的离散。

3 基于拉丁超立方抽样方法的非侵入式随机有限元法

通过K-L展开方法得到参数随机场特性值后, 边坡可靠度分析需要处理随机场离散后多个随机变量可靠度问题。考虑渗流和变形的边坡稳定性分析需要借助有限元软件实现, 此时边坡安全系数与土体特性参数之间是非线性隐式函数关系, 传统的FORM方法不能直接进行隐式功能函数可靠度分析, 一般采用蒙特卡罗模拟方法进行边坡可靠度分析。如前所述, 该方法对于文献[19]研究的简单边坡可靠度问题来说是可行的, 但是对于考虑参数空间变异性的复杂边坡可靠度问题, 蒙特卡罗模拟方法计算量仍然较大。

拉丁超立方抽样方法(Latin hypercube sampling, LHS)^[18-19]具有较好的一维投影和均匀分层分布特性, 而且可均匀地覆盖到概率分布的上下限值。本文则将拉丁超立方抽样方法和随机多项式展开有机结合, 采用随机多项式展开将隐式表达的

安全系数表示为显式表达的安全系数, 拉丁超立方抽样方法产生输入参数样本点用于生成多个参数随机场和计算随机多项式展开系数, 从而实现概率分析与商业有限元软件的有机结合。采用Hermite随机多项式展开(Hermite polynomial chaos expansion, PCE)建立安全系数显式表达式, 其表达式为^[7, 10-13]

$$\begin{aligned} F_s(\xi) = & a_0 \Gamma_0 + \sum_{i_1=1}^N a_{i_1} \Gamma_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^{i_1} a_{i_1, i_2} \Gamma_2(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}) + \\ & \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} a_{i_1, i_2, i_3} \Gamma_3(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \xi_{i_3}) + \\ & \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} \sum_{i_4=1}^{i_3} a_{i_1, i_2, i_3, i_4} \Gamma_4(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \xi_{i_3}, \xi_{i_4}) + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{a} = (a_0, a_{i_1}, a_{i_1, i_2}, \dots)$ 为待定系数, 对于 p 阶多项式展开, 待定系数数目 $N_c = (N+p)!/(N! \times p!)$; N 为随机变量数目, 对于本文三参数随机场, N 为离散变量数目 k 的3倍; ξ 为独立标准正态随机向量, 它与拉丁超立方样本相对应, 同时也用于式(4)生成参数随机场; $\Gamma_p(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_p})$ 是自由度为 p 的高维Hermite多项式。关于Hermite随机多项式展开详细介绍可参考文献[11]。

非侵入式随机有限元法关键一步是求解随机多项式展开的待定系数, 常用的方法有概率配点法^[7, 20]、稀疏网格配点法和拉丁超立方抽样方法^[18]等。兼顾计算精度和计算效率, 本文采用拉丁超立方抽样方法计算随机多项式展开待定系数。随机多项式展开待定系数的主要求解步骤如下:

(1) 采用拉丁超立方抽样方法在独立标准正态空间中产生 N_p 组样本构成随机样本 ξ ;

(2) 根据输入参数随机场的统计特征利用式(4)、(7)、(8)生成目标参数随机场, 得到每个单元网格中心点处的参数取值, 并赋给边坡有限元模型进行边坡渗流和稳定性分析, 从而得到 N_p 个安全系数;

(3) 将 N_p 组独立标准正态样本 ξ 和相应的安全系数代入式(10)建立线性方程组, 采用最小二乘回归方法求解线性方程组, 得到随机多项式展开系数, 从而得到边坡安全系数与输入参数间的显式表达式;

(4) 基于安全系数显式表达式可建立边坡可靠度分析的功能函数 $G = F_s(\xi) - 1$, 其中 ξ 为与输入参数对应的独立标准正态随机向量。再采用MCS或FORM方法计算边坡失效概率, 值得指出的是, 此时边坡失效概率计算只需要对式(10)确定的显式表达的功能函数进行分析, 不需要再进行边坡渗

流和安全系数计算,因此,计算效率很高,完全可以采用 MCS 来计算。

根据上述步骤,本文采用 MATLAB 语言编写了相应的计算程序 NISFEM-KL-LHS。

4 非饱和土坡稳定性分析

对土质边坡进行饱和-非饱和渗流分析,首先需要选择合适的土-水特征曲线(SWCC)表示土体体积含水率与基质吸力间的函数关系,本文选取常用的 Fredlund-Xing 模型^[21-22],其表达式为

$$\theta_w(\psi) = \frac{\theta_s C(\psi)}{[\ln(e + (\psi/a)^n)]^m} \quad (11)$$

式中: $\theta_w(\psi)$ 为土的体积含水率函数; θ_s 为土的饱和体积含水率; ψ 为土的基质吸力; a 、 n 和 m 均为 SWCC 曲线拟合参数, a 为土的进气值,是 SWCC 曲线由饱和状态进入非饱和状态时拐点处对应的吸力; n 为土-水特征曲线拐点处的斜率,表示初始进气阶段体积含水率变化的快慢; m 为与土的残余含水率对应的土性参数; e 为自然对数的底数; $C(\psi)$ 为修正系数^[21-22],其计算公式如下:

$$C(\psi) = 1 - \frac{\ln(1 + \psi/\psi_r)}{\ln(1 + 10^6/\psi_r)} \quad (12)$$

式中: $\psi_r = (u_a - u_w)_r$ 为与土的残余含水率 θ_r 相对应的基质吸力,采用 SEEP/W 模块进行渗流计算时,其中 ψ_r 取为 3 000 kPa。由式(11)得到土的体积含水率 $\theta_w(\psi)$ 之后,沿基质吸力轴方向进行积分即可得到非饱和土渗透系数与基质吸力间的函数关系,即渗透系数函数 $k(\psi)$ ^[21-22]:

$$k(\psi) = k_s \int_{\ln(\psi)}^{\ln(10^6)} \frac{\theta_w(e^y) - \theta_w(\psi)}{e^y} \theta'_w(e^y) dy / \int_{\ln(\psi_{aev})}^{\ln(10^6)} \frac{\theta_w(e^y) - \theta_s}{e^y} \theta'_w(e^y) dy \quad (13)$$

式中: ψ_{aev} 为气体刚开始进入土中最大孔隙时土的基质吸力; $\theta'_w(\cdot)$ 为 $\theta_w(\cdot)$ 的导数。由式(13)可知,渗透系数函数的空间变异性可直接通过模拟土体饱和和渗透系数 k_s 的空间变异性实现。在 GEOSTUDIO 软件进行边坡稳定性分析时,先进行有限元渗流计

算得到孔隙水压力分布,然后将渗流分析结果导入到 SLOPE/W 模块进行边坡安全系数计算。与文献[4-5]一样,本文采用简化毕肖普法计算边坡安全系数 F_s ,其中在 SLOPE/W 模块中采用格栅半径法自动搜索边坡最危险滑动面。

5 摩擦/黏性土坡稳定性分析

以黏性/摩擦土坡^[23-24]为例,研究土体渗透系数、有效黏聚力和內摩擦角的空间变异性对边坡稳定可靠度的影响。边坡几何剖面及其边界条件如图1所示,坡高为 5 m,坡长为 30 m,坡度为 1:2。土体统计参数如表1所示,表中 $\rho_{c',\phi'}$ 为有效黏聚力和內摩擦角间相关系数。土体重度视为确定值,本文取为 20 kN/m³。根据文献[21],将基质吸力对抗剪强度贡献所对应的摩擦角 ϕ^b 取为有效內摩擦角 ϕ' 的 2/3 倍,等于 10°,同时需要指出的是,当內摩擦角 ϕ' 随机变化时, ϕ^b 也随机变化,且始终等于 2/3 倍的 ϕ' 。土的饱和含水率 θ_s 取为 0.4,残余含水率 θ_r 为 0,土-水特征曲线拟合参数 a 、 n 和 m 分别取为 5.0 kPa、2.0 和 1.0。以模拟黏性/摩擦土坡在雨季来临前常年平均降雨条件下的稳定渗流问题为例,坡面降雨强度 q 取为 1.0×10^{-7} m/s (即 0.36 mm/h),比土体饱和渗透系数均值小两个数量级。

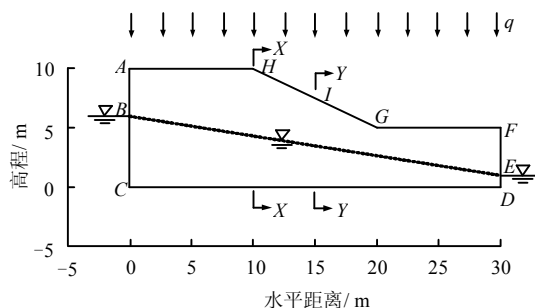


图1 土坡几何示意图及边界条件

Fig.1 Illustration of geometry and boundary conditions for soil slope

首先,采用 SEEP/W 模块建立边坡有限元模型并进行非饱和稳定渗流计算,计算中模型边界条件为:边坡表面 AHIGF 为降雨边界,两侧地下水位以上区域 AB 和 FE 以及边坡底面 CD 为隔水边界,地下水位以下区域 BC 和 ED 为定水头边界,左侧上游水位为 6.0 m,右侧下游水位为 1.0 m。

表1 土体参数的统计特征
Table 1 Statistics of soil parameters

k_s			c'			ϕ'			分布类型	相关距离/m		相关系数
均值/(m/s)	变异系数	来源	均值/kPa	变异系数	来源	均值/(°)	变异系数	来源		l_h	l_v	
10^{-5}	0.6	Srivastava等 ^[2]	10	0.3	Cho ^[6,23]	15	0.2	Griffiths等 ^[24]	对数正态	30	3.0	$[-0.7, 0.5]$

为了探讨有限元网格大小对非饱和边坡渗流和稳定性分析结果的影响,图2给出了3种不同网格尺寸(四边形网格边长 d 分别为0.50、0.25和0.10 m)时边坡断面 $X-X$ 和 $Y-Y$ (见图1)孔隙水压力沿垂直方向的分布。由图2可知,3种网格边长计算的边坡两断面孔隙水压力分布基本相同。此外,基于这3种有限元网格,采用简化毕肖普法计算的边坡安全系数均为1.525。因此,为了提高计算效率,选用边长 $d = 0.50$ m的四边形四节点二维实体结构等参单元,在坡面附近过渡区域采用三角形单元,共剖分为910个有限元单元和981个节点。图3、4给出了 $d = 0.50$ m时采用参数均值进行边坡有限元渗流计算得到的孔隙水压力分布云图和边坡稳定性分析结果。

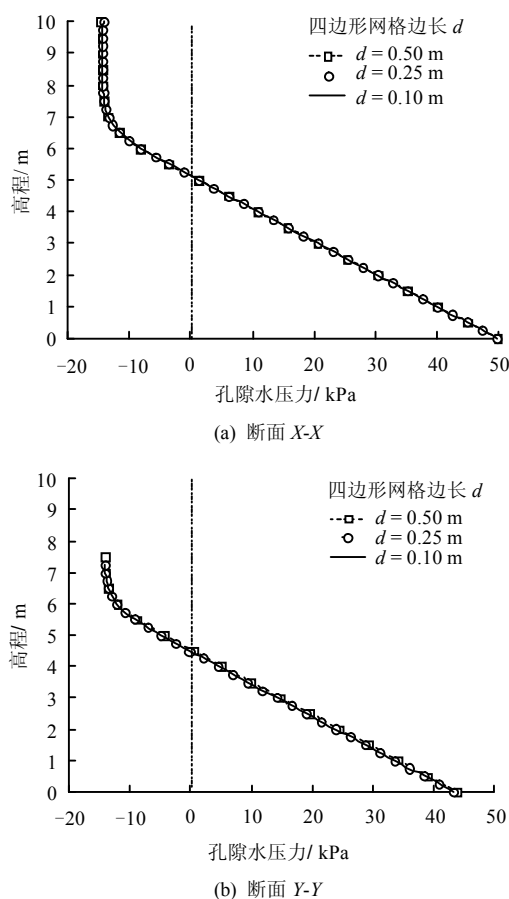


图2 不同网格密度边坡断面孔隙水压力分布的比较
Fig.2 Comparison of pore water pressure distribution along sections using different mesh densities

以相关距离为 $l_h = 30$ m和 $l_v = 3.0$ m、 $l_h = 1000$ m和 $l_v = 1000$ m的两种随机场模型表征土体渗透系数、有效黏聚力和内摩擦角的二维空间变异性。进行有限元稳定渗流计算得到非饱和土坡孔隙水压力分布,在此基础上进行边坡稳定性分析。

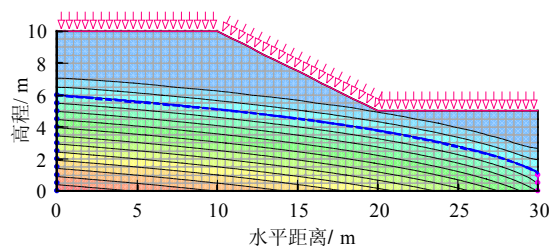


图3 边坡孔隙水压力分布云图
Fig.3 Contours of pore water pressure in the slope

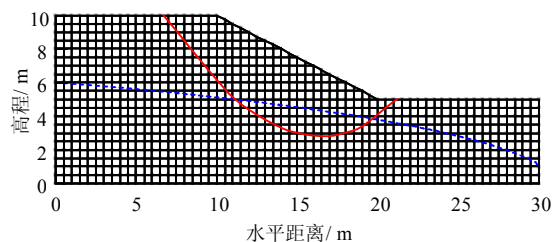


图4 边坡稳定性分析结果($F_s = 1.525$)
Fig.4 Stability analysis results of slope ($F_s = 1.525$)

图5给出了两种相关距离时渗透系数随机场的一次典型实现及相应的边坡渗流与稳定性分析结果,图中深色部分表示参数值较大的区域,浅色部分表示参数值较小的区域。比较图5(a)、图5(b)可知,渗透系数空间变异性对边坡地下水位和最危险滑动面位置均有着重要的影响。此外,相关距离越小,土体特性参数的空间变异性越剧烈,相关距离为 $l_h = 1000$ m和 $l_v = 1000$ m时渗透系数基本呈均匀分布,此时与单随机变量模型相当。

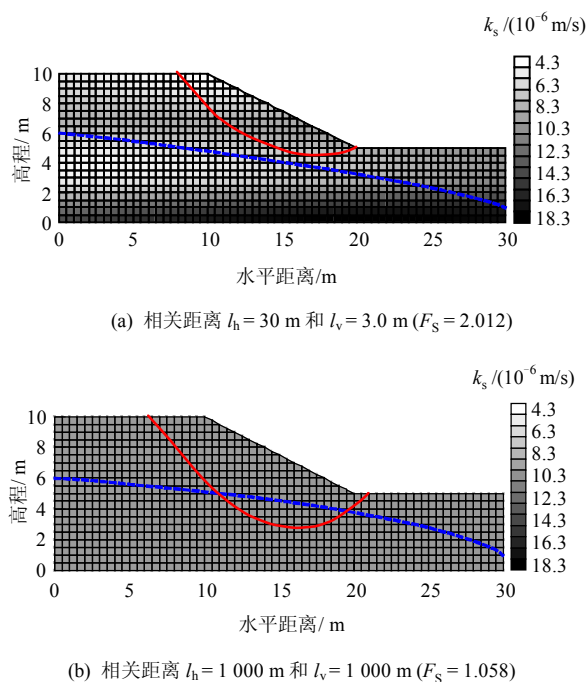


图5 土体渗透系数随机场的典型实现
Fig.5 Typical realizations of random field of soil hydraulic conductivity

在有限元渗流分析结果基础上,采用简化毕肖普法计算边坡安全系数,进而采用非侵入式随机有限元法进行边坡可靠度分析。图6、7分别给出了2和3阶PCE+LHS方法计算的断面X-X坡顶H点和断面Y-Y坡面I点处孔隙水压力概率密度函数曲线。图中样本数目 N_p 代表边坡有限元渗流和稳定性分析的次数。由图可知,2阶PCE+LHS方法计算的孔隙水压力概率分布与3阶PCE+LHS方法结果几乎一致。根据随机多项式收敛性判别标准^[10, 12, 25],可将3阶PCE+LHS方法结果视为精确解。为了比较,图中还给出了2500次常规LHS方法结果,可见常规LHS方法结果也与PCE+LHS方法结果一致。由图中还可看出,边坡孔隙水压力近似服从对数正态分布,H点处孔隙水压力均值、标准差、偏度和峰度分别为-13.93 kPa、2.06 kPa、-0.34和3.18。

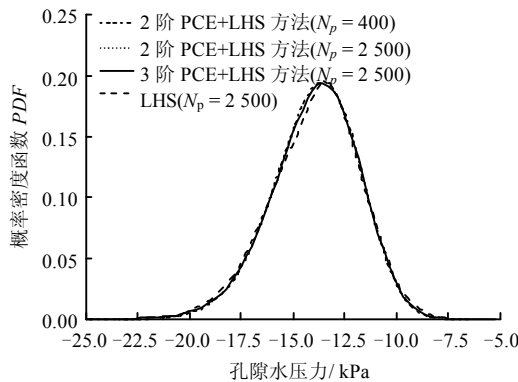


图6 断面X-X坡顶处孔隙水压力概率密度函数的比较
Fig.6 Comparison of probability density functions of pore water pressure at the slope crest of section X-X

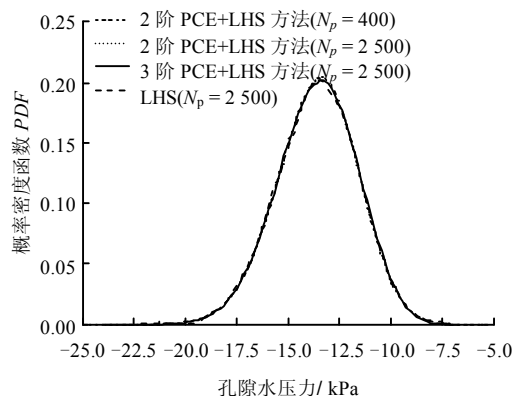


图7 断面Y-Y坡面处孔隙水压力概率密度函数的比较
Fig.7 Comparison of probability density functions of pore water pressure at the slope surface of section Y-Y

为进一步验证2阶PCE+LHS方法进行非饱和土坡稳定可靠度分析的有效性,图8、9分别给出了

$\rho_{c', \phi'}$ 为0时不同方法计算的功能函数($G = F_s - 1$)的概率密度函数和累积分布函数曲线。由图可知,2阶、3阶PCE+LHS方法结果几乎相同,2500次常规LHS方法计算的功能函数累积分布函数曲线与PCE+LHS方法存在微小差别。其原因在于,对于小概率事件2500次常规LHS方法模拟精度不够。根据图9可得边坡失效概率,表2给出了不同方法计算的安全系数前四阶统计矩、边坡失效概率以及可靠指标。可以看出,边坡失效概率较小,在 10^{-3} 量级左右,2阶、3阶PCE+LHS方法计算的边坡失效概率和可靠指标基本一致。不同方法计算的安全系数前四阶统计矩基本相同,安全系数均值略小于确定性分析的安全系数(其值为1.525)。总体来说,只需进行400次渗流和稳定性分析的2阶PCE+LHS方法可以满足计算精度要求,与常规拉丁超立方抽样方法相比,非侵入式随机有限元法计算效率大大提高,为考虑参数空间变异性的边坡可靠度问题提供了一条有效的分析途径。

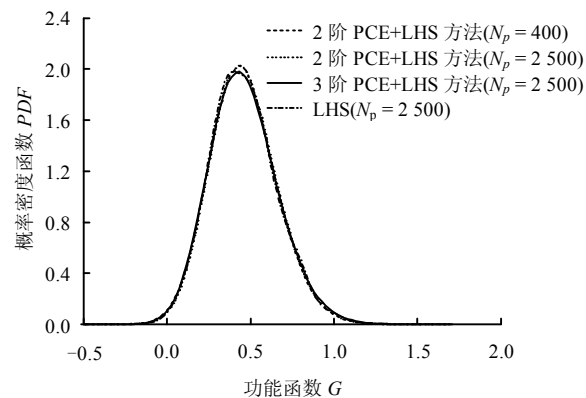


图8 功能函数概率密度函数的比较
Fig.8 Comparison of probability density functions of performance function

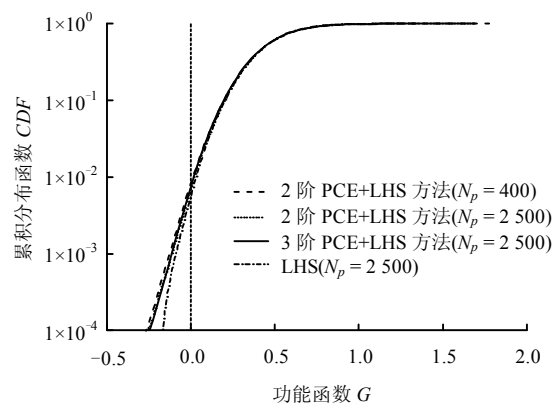


图9 功能函数累积分布函数的比较
Fig.9 Comparison of cumulative distribution functions of performance function

表2 边坡可靠度计算结果
Table 2 Reliability analysis results of slope

计算方法	N_p	均值 μ_{F_s}	标准差 σ_{F_s}	偏度 δ_{F_s}	峰度 κ_{F_s}	失效概率 p_f	可靠指标 β
2阶 PCE+LHS 方法	400	1.457	0.200	0.254	3.181	6.86×10^{-3}	2.464
2阶 PCE+LHS 方法	2 500	1.459	0.200	0.286	3.191	5.83×10^{-3}	2.523
3阶 PCE+LHS 方法	2 500	1.460	0.206	0.347	3.291	6.14×10^{-3}	2.504
LHS 方法	2 500	1.459	0.198	0.383	3.289	4.0×10^{-3}	2.652

降雨入渗是诱发滑坡的重要原因之一,有必要定量地分析坡面降雨强度对非饱和土坡稳定可靠度的影响。图 10 给出了边坡失效概率随坡面降雨强度 q 与饱和渗透系数 k_s 比值 η 的变化关系曲线($\eta = q/k_s$)。图中采用相关距离 $l_h = 30$ m 和 $l_v = 3.0$ m 的随机场模型考虑参数空间变异性,采用随机变量模型表示忽略参数空间变异性的影响,随机变量模型等价于相关距离无穷大,即 $l_h = \infty$ 和 $l_v = \infty$ 。可以看出,当比值 $\eta < 0.01$ 时,即降雨强度小于饱和渗透系数 2 个数量级以上,是否考虑土体渗透系数空间变异性对边坡失效概率影响不大。当 $\eta > 0.01$ 时,忽略土体渗透系数空间变异性将会明显高估边坡失效概率,结果偏保守。这是因为相关距离较小时,会使得沿边坡垂直方向出现低渗透性区域的机率大大增加(见图 5(a)),导致降雨入渗量减少,使得边坡发生深层滑动的可能性降低。此时坡面降雨强度及其引起的降雨入渗对边坡稳定性具有很大影响,边坡失效概率急剧增加。如考虑土体渗透系数空间变异性时边坡失效概率也由 6.86×10^{-3} ($\eta = 0.01$) 增加到 2.43×10^{-1} ($\eta = 1$),增加了近 2 个数量级。因此,在强降雨前一定要保证边坡具有良好的排水设施。

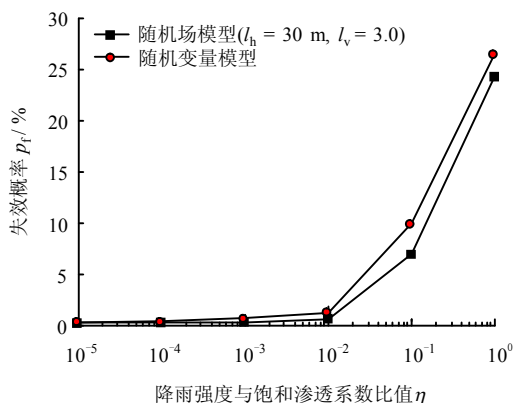


图 10 边坡失效概率随降雨强度与饱和渗透系数比值的变化关系

Fig.10 Changes of probability of slope failure with ratio of rainfall intensity to saturated hydraulic conductivity

下面探讨土体参数变异性及互相关性对非饱和土坡可靠度的影响规律,图 11 给出了土体参数(饱和渗透系数、有效黏聚力和摩擦角)变异系数取不同值时失效概率。需要指出的是,各参数变异系数的取值范围参考文献[2],当某一参数的变异系数发生变化,其余参数的变异系数等于表 1 中的参考值。由图 11 可知,当参数变异系数较小时,是否考虑土体参数空间变异性对边坡失效概率影响相对较小。随着参数变异系数的增加,忽略土体参数的空间变异性会明显高估边坡失效概率,这与文献[6]得出的结论是一致的。如饱和渗透系数的变异系数 $COV_{k_s} = 0.6$ 时,两种模型计算的边坡失效概率相差 90%,当 COV_{k_s} 增加到 0.9 时,失效概率相差达到 127.7%。此外,在坡面降雨强度小于饱和渗透系数 2 个数量级 ($q = 1.0 \times 10^{-7}$ m/s) 的稳定渗流条件下,有效内摩擦角变异性对边坡稳定可靠度影响最为显著,其次为有效黏聚力,饱和渗透系数变异性影响相对较小。如对于 $l_h = 30$ m 和 $l_v = 3.0$ m 的随机场模型来说,表征参数敏感性的 Sobol 指标值^[25] $SU(k_s)$ 、 $SU(c')$ 和 $SU(\varphi')$ 分别为 0.04、0.43 和 0.48。总体来说,边坡稳定渗流分析时渗透系数空间变异性对边坡失效概率影响相对较小。

图 12 给出了 $\rho_{c', \varphi'}$ 取不同值时边坡失效概率,同样可以得出忽略土体参数空间变异性高估边坡失效概率的结论。当 c' 和 φ' 间负相关性较大时,忽略参数空间变异性会明显高估边坡失效概率。边坡失效概率随 $\rho_{c', \varphi'}$ 的增加而增大,如对于 $l_h = 30$ m 和 $l_v = 3.0$ m 的随机场模型来说,当 $\rho_{c', \varphi'}$ 由 -0.7 增大到 0.5 时,相应的失效概率由 5.0×10^{-6} 增大到 2.38×10^{-2} ,失效概率相差近 4 个数量级,可见土体抗剪强度参数间互相关性对边坡失效概率具有十分明显的影响。如果现场试验得到实际土体抗剪强度参数间存在负相关性时,不考虑参数间相关性将会高估边坡失效概率,使得边坡设计偏保守;相反,当实际土体抗剪强度参数间存在正相关性时,假定 c' 和 φ' 相互独立将会低估边坡失效概率,使得边坡设计偏危险。

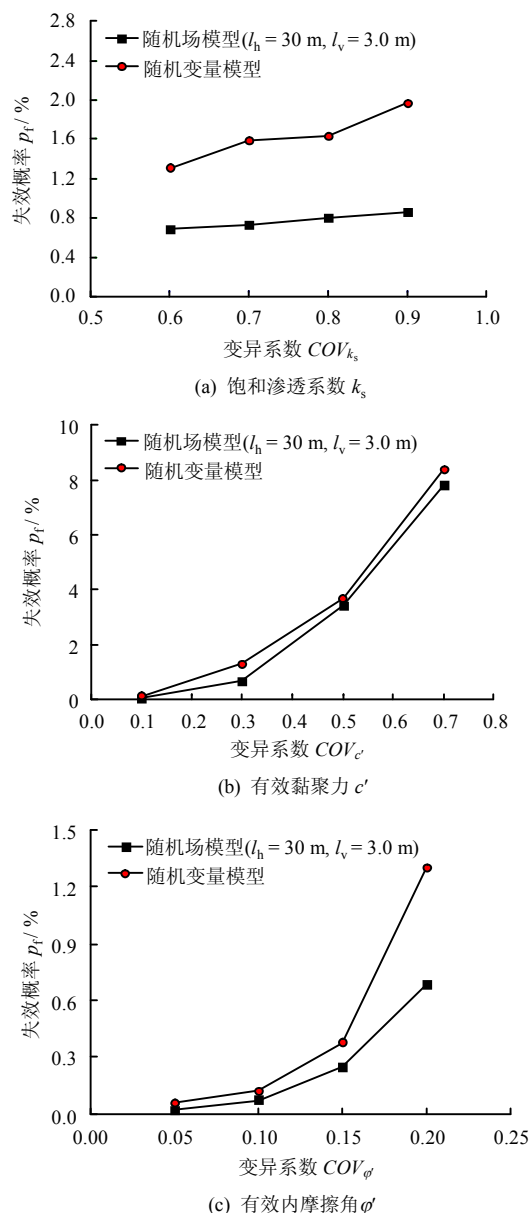


图 11 边坡失效概率随土体参数变异系数的变化关系
Fig.11 Changes of probability of slope failure with coefficients of variation of soil parameters

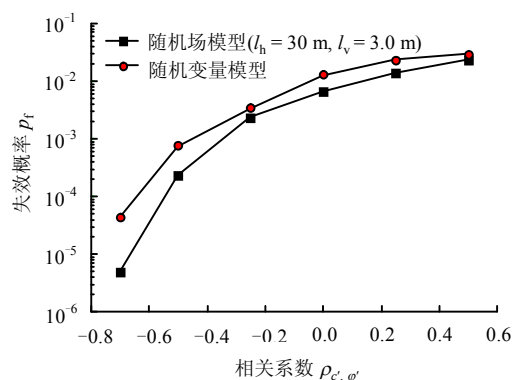


图 12 边坡失效概率随有效黏聚力和內摩擦角間土体参数相关系数的变化关系
Fig.12 Changes of probability of slope failure with correlation coefficient between effective cohesion and internal friction angle

6 结 论

在考虑多个土体参数空间变异性的基础上,提出了基于拉丁超立方抽样的非饱和土坡稳定可靠度分析的非侵入式随机有限元法,并编写了计算程序 NISFEM-KL-LHS。研究了该方法在非饱和土坡稳定可靠度分析中的应用。主要结论如下:

(1) 基于拉丁超立方抽样的非侵入式随机有限元法将随机多项式展开与拉丁超立方抽样技术有机结合,大大提高了边坡可靠度分析的效率。边坡有限元渗流和稳定性分析的计算量明显低于常规拉丁超立方抽样方法,为考虑参数空间变异性的边坡可靠度问题提供了一条有效的途径。

(2) 土体渗透系数空间变异性和坡面降雨强度对边坡地下水位和最危险滑动面位置均有明显的影响。当坡面降雨强度与饱和渗透系数比值小于 0.01 时,是否考虑土体参数空间变异性对边坡失效概率影响不大。当该比值大于 0.01 时,降雨强度对边坡稳定可靠度具有较大的影响,且边坡失效概率急剧增加,因此,需保证边坡具有良好的排水设施。与忽略参数空间变异性相比,以较小相关距离模拟土体渗透系数空间变异性时,使得沿边坡垂直方向出现低渗透性区域的机率大大增加,导致降雨入渗量减少,从而使得边坡发生深层滑动的可能性降低。

(3) 对于文中研究的非饱和土坡稳定可靠度问题来说,忽略土体参数空间变异性会高估边坡失效概率。当土体参数变异性或者土体参数间负相关性较大时,忽略参数空间变异性会明显高估边坡失效概率。此外,在坡面降雨强度小于饱和渗透系数两个数量级的稳定渗流条件下,有效内摩擦角空间变异性对边坡稳定可靠度影响最为显著,饱和渗透系数空间变异性影响相对较小。

(4) 本文仅分析了稳定渗流条件下非饱和土坡稳定可靠度问题,然而实际工程常涉及到非饱和土坡的非稳定渗流问题,非稳定渗流条件下土体参数空间变异性对边坡稳定可靠度的影响可能更为显著,值得进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 雷志栋, 杨诗秀, 许志荣, 等. 土壤特性空间变异性初步研究[J]. 水利学报, 1985, (9): 10-21.
LEI Zhi-dong, YANG Shi-xiu, XU Zhi-rong, et al. Preliminary investigation of the spatial variability of soil properties[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1985, (9): 10-21.
- [2] SRIVASTAVA A, SIVAKUMAR BABU G L, HALDAR S. Influence of spatial variability of permeability property

- on steady state seepage flow and slope stability analysis[J]. **Engineering Geology**, 2010, 110(3-4): 93-101.
- [3] SANTOSO A M, PHOON K K, QUEK S T. Effects of soil spatial variability on rainfall induced landslides[J]. **Computers and Structures**, 2011, 89(11-12): 893-900.
- [4] GUI S, ZHANG R, TURNER J P, et al. Probabilistic slope stability analysis with stochastic hydraulic conductivity[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2000, 126(1): 1-9.
- [5] ZHU H, ZHANG L M, ZHANG L L, et al. Two-dimensional probabilistic infiltration analysis with a spatially varying permeability function[J]. **Computers and Geotechnics**, 2013, 48: 249-259.
- [6] CHO S E. Probabilistic analysis of seepage that considers the spatial variability of permeability for an embankment on soil foundation[J]. **Engineering Geology**, 2012, 133-134: 30-39.
- [7] LI W, LU Z, ZHANG D. Stochastic analysis of unsaturated flow with probabilistic collocation method[J]. **Water Resources Research**, 2009, 45(W08425): 1-13.
- [8] 史良胜, 杨金忠, 陈伏龙, 等. Karhunen-Loève 展开在土性各向异性随机场模拟中的应用研究[J]. **岩土力学**, 2007, 28(11): 2303-2308.
- SHI Liang-sheng, YANG Jin-zhong, CHEN Fu-long, et al. Research on application of Karhunen-Loeve expansion to simulating anisotropic random field of soil property[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(11): 2303-2308.
- [9] BERVEILLER M, SUDRET B, LEMAIRE M. Stochastic finite elements: A non-intrusive approach by regression[J]. **European Journal of Computational Mechanics**, 2006, 15(1-3): 81-92.
- [10] 李典庆, 蒋水华, 周创兵. 基于非侵入式随机有限元法的地下洞室可靠度分析[J]. **岩土工程学报**, 2012, 34(1): 123-129.
- LI Dian-qing, JIANG Shui-hua, ZHOU Chuang-bing. Reliability analysis of underground rock caverns using non-intrusive stochastic finite element method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2012, 34(1): 123-129.
- [11] LI D Q, CHEN Y F, LU W B, et al. Stochastic response surface method for reliability analysis of rock slopes involving correlated non-normal variables[J]. **Computers and Geotechnics**, 2011, 38(1): 58-68.
- [12] LI D Q, JIANG S H, CHEN Y G, et al. Reliability analysis of serviceability performance for an underground cavern using a non-intrusive stochastic method[J]. **Environmental Earth Sciences**, 2014, 71(3): 1169-1182.
- [13] JIANG S H, LI D Q, ZHANG L M, et al. Slope reliability analysis considering spatially variable shear strength parameters using a nonintrusive stochastic finite element method[J]. **Engineering Geology**, 2014, 168: 120-128.
- [14] LALOY E, ROGIERS B, VRUGT J A, et al. Efficient posterior exploration of a high-dimensional groundwater model from two-stage MCMC simulation and polynomial chaos expansion[J]. **Water Resources Research**, 2013, 49(5): 2664-2682.
- [15] 秦权, 林道锦, 梅刚. 结构可靠度随机有限元——理论及工程应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [16] PHOON K K, HUANG S P, QUEK S T. Implementation of Karhunen-Loève expansion for simulation using a wavelet-Galerkin scheme[J]. **Probabilistic Engineering Mechanics**, 2002, 17(3): 293-303.
- [17] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Bearing-capacity prediction of spatially random c - ϕ soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2003, 40(1): 64-65.
- [18] CHOI S K, CANFIELD R, GRANDHI R, et al. Polynomial chaos expansion with Latin hypercube sampling for estimating response variability[J]. **AIAA Journal**, 2004, 42 (6): 1191-1198.
- [19] 吴振君, 王水林, 葛修润. LHS 方法在边坡可靠度分析中的应用[J]. **岩土力学**, 2010, 31(4): 1047-1054.
- WU Zhen-jun, WANG Shui-lin, GE Xiu-run. Application of Latin hypercube sampling technique to slope reliability analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(4): 1047-1054.
- [20] LI D Q, JIANG S H, CHEN Y G, et al. A comparative study of three collocation point methods for odd order stochastic response surface method[J]. **Structural Engineering and Mechanics**, 2013, 45(5): 595-611.
- [21] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soils[M]. New York: John Wiley and Sons, 1993.
- [22] FREDLUND D G, XING A, HUANG S Y. Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1994, 31(4): 533-546.
- [23] CHO S E. Probabilistic assessment of slope stability that considers the spatial variability of soil properties[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2010, 136(7): 975-984.
- [24] GRIFFITHS D V, FENTON G A. Probabilistic slope stability analysis by finite elements[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2004, 130(5): 507-518.
- [25] 蒋水华, 冯晓波, 李典庆, 等. 边坡可靠度分析的非侵入式随机有限元法[J]. **岩土力学**, 2013, 34(8): 2347-2354.
- JIANG Shui-hua, FENG Xiao-bo, LI Dian-qing, et al. Reliability analysis of slope using non-intrusive stochastic finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(8): 2347-2354.